MAROC

C.P.G.E

CORRECTION DU ★ CNC PHYSIQUE II MP& TSI :12

2012/2013

cpgespe.mp@gmail.com

Solution proposée par M.Ouzi

Première partie

1.1 Equation de Maxwell

1.1.1

$div\ \overrightarrow{B}=0$, $\overrightarrow{rot}\ \overrightarrow{E}=-\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$, $div\ \overrightarrow{E}=\dfrac{\rho}{\varepsilon_o}$ et

$\overrightarrow{rot}\ \overrightarrow{B}=\mu_o(\overrightarrow{j}+\varepsilon_o\dfrac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t})$

1.1.2

En régime stationnaire ces équations deviennent :

$div\ \overrightarrow{B}=0$, $\overrightarrow{rot}\ \overrightarrow{E}=\overrightarrow{0}$, $div\ \overrightarrow{E}=\dfrac{\rho}{\varepsilon_o}$ et $\overrightarrow{rot}\ \overrightarrow{B}=\mu_o\overrightarrow{j}$

1.2 Loi de Biot & Savart

1.2.1

D'après la loi de Biot et Savart le champ créé par une distribution volumique de courant $\overrightarrow{j}$ d'un volume $\mathscr{V}$, en un point M de l'espace est :

$$\overrightarrow{B}=\iiint_{\mathscr{V}}\mu_o\frac{\overrightarrow{j}\wedge\overrightarrow{PM}}{||\overrightarrow{PM}||^3}dv$$

où P est un point de $\mathscr{V}$.

Dans le cas d'une distribution linéique de courant d'un circuit $\mathscr{C}$ on :

$$\overrightarrow{B}=\int_{\mathscr{C}}\frac{i\overrightarrow{d\ell}\wedge\overrightarrow{PM}}{||\overrightarrow{PM}||^3}$$

1.2.2

Le champ $\overrightarrow{B}$ est un pseudo-vecteur donc il est normal à tout plan de symétrie de la distribution de courant qui lui a donné naisssance.

1.2.3

De même le champ $\overrightarrow{B}$ est un pseudo-vecteur donc il appartient à tout plan de d'antisymétrie de la distribution de courant qui lui a donné naisssance.

1.3 Flux du champ magnetique

1.3.1

Le flux du champ magnétique, à travers toute surface fermée Σ' est nulle, on dit que $\overrightarrow{B}$ est à flux conservatif.

Donc $\displaystyle\oiint_{\Sigma'}\overrightarrow{B}.\overrightarrow{ds}=0$

1.3.2

On a alors contuité de la composante normale de B à la traversée d'une surface Σ séparant deux milieu (1) et (2) donc :

$$B_N(2)=B_N(1)$$

1.3.3

Il n'existe pas de monopôles magnétique et par conséquant les lignes de champ magnétique sont fermées.

1.4 Circulation du champ magntique

1.4.1

$\overrightarrow{rot}\ \overrightarrow{B}=\mu_o\overrightarrow{j}$ (le texte insinue régime stationaire ou A.R.Q.S, car il évoque théorème d'Ampère (et non généralisé)).

$\iint_{\Sigma}\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{B}.\overrightarrow{ds}=\mu_o\iint_{\Sigma}\overrightarrow{j}\,\overrightarrow{ds}$

où Σ est toute surface ouverte s'appuyant sur un contour fermé $\mathscr{C}$.

D'après le théorème de $Stokes-Ampere$ on a :

$\displaystyle\iint_{\Sigma}\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{B}.\overrightarrow{ds}=\oint_{\mathscr{C}}\overrightarrow{B}.\overrightarrow{d\ell}$ ce qui donne :

$$\oint_{\mathscr{C}}\overrightarrow{B}.\overrightarrow{d\ell}=\mu_o I_{enl}$$

I_{enl} est le courant algébrique enlacé par $\mathscr{C}$.

Dans le régime dépendant du temps c'est le théorème d'Ampère généralisé qui est valable :

$$\oint_{\mathscr{C}}\overrightarrow{B}.\overrightarrow{d\ell}=\mu_o I_{enl}+\mu_o\varepsilon_o\iint_{\Sigma}\frac{\partial\overrightarrow{E}}{\partial t}.\overrightarrow{ds}$$

Voir aussi cours

1.4.2

Si $\overrightarrow{n}_{1->2}$ est le vecteur normal à Σ et dérigé de la région (1) vers la région (2) alors :

$$\overrightarrow{B}_2-\overrightarrow{B}_1=\mu_o\overrightarrow{j}_s\wedge\overrightarrow{n}_{1->2}$$

Il faut la démontrer (Voir cours pour la démo)

1.5.1

$$\overrightarrow{B}=\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{A}$$

1.5.2

Calculons tout d'abord $\overrightarrow{A}$ et sachant que

$\overrightarrow{OM}=r\,\overrightarrow{u}_r+z\,\overrightarrow{u}_z$

$\overrightarrow{A}=\dfrac{\mu_o}{4\pi(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\mathcal{M}\,\overrightarrow{u}_z\wedge(r\,\overrightarrow{u}_r+z\,\overrightarrow{u}_z)$

⚠ coordonnées cylindriques !

$\overrightarrow{A}=\dfrac{\mu_o\mathcal{M}\,r}{4\pi(r^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}\overrightarrow{u}_\theta$

Et en utilisant l'expression du rotationnel fournie, on a :

$\overrightarrow{B}=-\dfrac{\partial A_\theta}{\partial z}\overrightarrow{u}_r+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial(rA_\theta)}{\partial r}\overrightarrow{u}_z$

$\overrightarrow{B}=\dfrac{3\mu_o\mathcal{M}}{4\pi}\dfrac{rz}{(r^2+z^2)^{\frac{5}{2}}}\overrightarrow{u}_r+\dfrac{\mu_o\mathcal{M}}{4\pi}\dfrac{2z^2-r^2}{(r^2+z^2)^{\frac{5}{2}}}\overrightarrow{u}_z$

2.1.1

Dans ce cas $r=a$ et la côte de M est $z-z_A$ donc :

$$\overrightarrow{A}=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\mathcal{M}\,a}{(a^2+(z-z_A)^2)^{\frac{3}{2}}}\overrightarrow{u}_\theta$$

Le potentiel vecteur $\overrightarrow{A}$ dépend du temps car $z_A(t)$ en dépend.

2.1.2

$\overrightarrow{E}=-\dfrac{\partial\overrightarrow{A}}{\partial t}=-\dfrac{3\mu_o}{4\pi}\dfrac{\mathcal{M}\,a(z-z_A)}{(a^2+(z-z_A)^2)^{\frac{5}{2}}}\dfrac{dz_A}{dt}\overrightarrow{u}_\theta$

Or $v=\dfrac{dz_A}{dt}$ alors :

$$\overrightarrow{E}=-\frac{3\mu_o}{4\pi}\frac{\mathcal{M}\,a(z-z_A)v}{(a^2+(z-z_A)^2)^{\frac{5}{2}}}\overrightarrow{u}_\theta$$

2.1.3

La loi d'Ohm $\overrightarrow{j}=\sigma\overrightarrow{E}$ donne :

$$\overrightarrow{j}=-\frac{3\sigma\mu_o}{4\pi}\frac{\mathcal{M}\,a(z-z_A)v}{(a^2+(z-z_A)^2)^{\frac{5}{2}}}\overrightarrow{u}_\theta$$

2.2.1

La force élmentaire exercée par l'élément de volume δ^2V de sur l'aimant est :

$d^2\overrightarrow{F}=-di\,\overrightarrow{d\ell}\wedge\overrightarrow{B}$ (action réaction)

où $di=\overrightarrow{j}.\overrightarrow{ds}$ est le courant induit élementaire

donc : $di=\overrightarrow{j}.edz\overrightarrow{u}_\theta$ et $\overrightarrow{d\ell}=ad\theta\overrightarrow{u}_\theta$

Donc la composante suivant Oz créée par la couronne d'épaisseur dz, est :

$$dF_z=-\frac{9\mu_o^2\sigma a^3e\mathcal{M}^2v(z-z_A)^2}{8\pi(a^2+(z-z_A)^2)^5}dz$$

2.2.2

$$F_z=-\frac{9\mu_o^2\sigma a^3e\mathcal{M}^2}{8\pi}\int_0^L\frac{v(z-z_A)^2}{(a^2+(z-z_A)^2)^5}dz$$

$\overrightarrow{F}=F_z\overrightarrow{u}_z=-\alpha v\overrightarrow{u}_z$ donc :

$\alpha=-\dfrac{9\mu_o^2\sigma a^3e\mathcal{M}^2}{8\pi}\displaystyle\int_0^L\frac{(z-z_A)^2}{(a^2+(z-z_A)^2)^5}dz$

Faisons le changement de variable suivant :

$Z=\dfrac{z-z_A}{a}$ donc $dZ=\dfrac{dz}{a}$ et donc :

$$\alpha=\frac{9\mu_o^2\sigma eM^2}{8\pi a^4}$$

2.2.3

A.N :

$$\alpha=0,14\ kg.s^{-1}$$

2.3.1

Le théàrème de centre de masse s'écrit :

$m\dfrac{d\overrightarrow{v}}{dt}=m\overrightarrow{g}-\alpha\overrightarrow{v}$ donc :

$\dfrac{d\overrightarrow{v}}{dt}+\dfrac{\alpha}{m}\overrightarrow{v}=\overrightarrow{g}$ et si on pose $\tau=\dfrac{m}{\alpha}$ alors :

$$\frac{d\overrightarrow{v}}{dt}+\frac{\overrightarrow{v}}{\tau}=\overrightarrow{g}$$

La solution est :

$v=v_oe^{-\frac{t}{\tau}}+\tau g$ or à $t=0$ on a $v(0)=0$ donc $v_o=-\tau g$ alors :

$$v(t)=\tau g(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

et donc :

$$z_A(t)=g\tau t-g\tau^2(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

2.3.2

Quand $t\to+\infty$ alors $v=v_\ell=\tau g$ donc :

$$v_\ell=\frac{mg}{\alpha}\ \text{et}\ \tau=\frac{m}{\alpha}$$

2.3.3

$v_\ell=0,13\ m.s^{-1}$ $\tau=1,3.10^{-2}\ s$ $z_A=0,66\ mm$

L'aimant atteint rapidement la vitesse limite.

2.3.4

Donc d'après ce qui précède :

$v_\ell=\dfrac{L}{T}$ soit :

$$T=11,5\ s$$

Si l'aimant étais en chute libre sans vitesse initiale alors :

$L=\dfrac{1}{2}gT'^2$ ce qui donne :

$$T'=0,55\ s$$

2.3.5

Amortisseur de véhicule ou autre engins mécaniques.

Merci de me faire part si vous déceler des erreurs de frappe ou autres, Bonne chance. M.Ouzi